

# SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DEL CAPÍTULO XI

## 11.3. FORMA ORDINARIA DE LA ECUACIÓN DE LA HIPÉRBOLA CON CENTRO EN EL ORIGEN Y EJE FOCAL SOBRE ALGUNO DE LOS EJES COORDENADOS

1)  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ ;  $a = 3$ ;  $b = 2$ ;  $c = \sqrt{13}$ ;  $\frac{b^2}{a} = \frac{4}{3}$

$C(0,0)$ ;  $A(0,3)$ ;  $B(2,0)$ ;  $F(0,\sqrt{13})$ ;  $L\left(\frac{4}{3},\sqrt{13}\right)$

$A'(0,-3)$ ;  $B'(-2,0)$ ;  $F'(0,-\sqrt{13})$ ;  $L'\left(\frac{4}{3},-\sqrt{13}\right)$

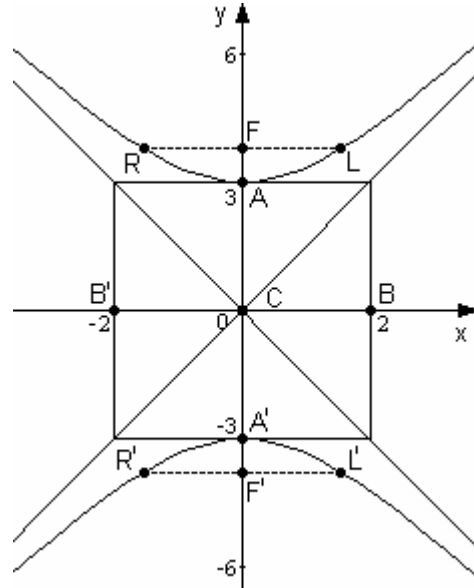
$R\left(-\frac{4}{3},\sqrt{13}\right)$ ;  $R'\left(-\frac{4}{3},-\sqrt{13}\right)$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{3}{2}x$ ;  $y = -\frac{3}{2}x$

Ecuación eje transverso:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

Ecuación eje conjugado:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Excentricidad:  $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$



2)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ ;  $a = 5$ ;  $b = 4$ ;  $c = \sqrt{41}$ ;  $\frac{b^2}{a} = \frac{16}{5}$ ;  $C(0,0)$ ;  $A(5,0)$ ;  $B(0,4)$ ;  $F(\sqrt{41},0)$ ;  $L\left(\sqrt{41},\frac{16}{5}\right)$

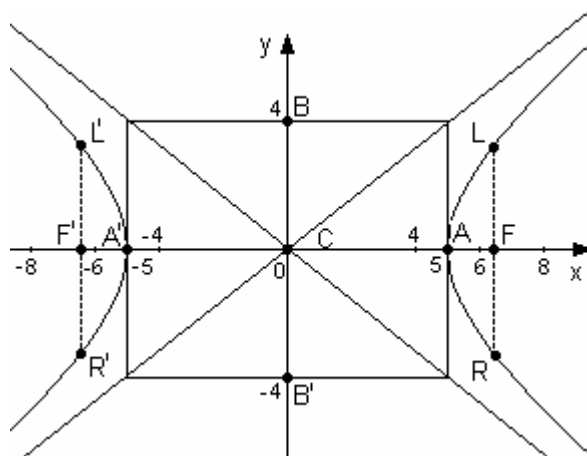
$A'(-5,0)$ ;  $B'(0,-4)$ ;  $F'(-\sqrt{41},0)$ ;  $L'\left(-\sqrt{41},\frac{16}{5}\right)$ ;  $R\left(\sqrt{41},-\frac{16}{5}\right)$ ;  $R'\left(-\sqrt{41},-\frac{16}{5}\right)$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{4}{5}x$ ;  $y = -\frac{4}{5}x$

Ecuación eje transverso:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Ecuación eje conjugado:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

Excentricidad:  $e = \frac{\sqrt{41}}{5}$



3)  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{9} = 1$ ;  $a = b = 3$ ;  $c = 3\sqrt{2}$ ;  $\frac{b^2}{a} = 3$ ;  $C(0,0)$ ;  $A(0,3)$ ;  $B(3,0)$ ;  $F(0,3\sqrt{2})$ ;  $L(3,3\sqrt{2})$

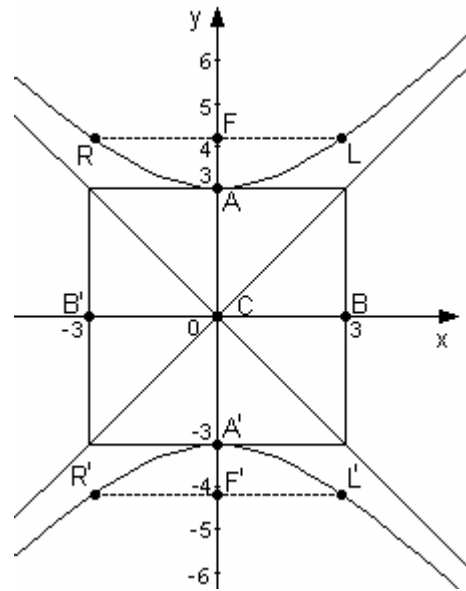
$A'(0,-3)$ ;  $B'(-3,0)$ ;  $F'(0,-3\sqrt{2})$ ;  $L'(3,-3\sqrt{2})$ ,  $R'(-3,-3\sqrt{2})$

Ecuación asíntotas:  $y = x$ ;  $y = -x$

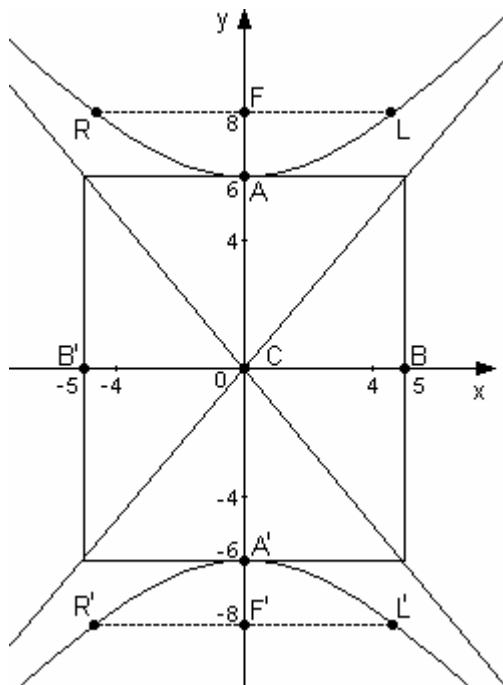
Ecuación eje transverso:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

Ecuación eje conjugado:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Excentricidad:  $e = \sqrt{2}$



4) Obtener la ecuación de la hipérbola con centro en el origen,  $a = 6$ ,  $e = \frac{4}{3}$  y el eje focal sobre el eje  $y$ .



$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{28} = 1$ ;  $a = 6$ ;  $b = 2\sqrt{7}$ ;  $c = 8$ ;  $\frac{b^2}{a} = \frac{14}{3}$ ;  $C(0,0)$

$A(0,6)$ ;  $B(2\sqrt{7},0)$ ;  $F(0,8)$ ;  $L(\frac{14}{3},8)$

$A'(0,-6)$ ;  $B'(-2\sqrt{7},0)$ ;  $F'(0,-8)$ ;  $L'(\frac{14}{3},-8)$ ,  $R'(-\frac{14}{3},8)$

$R'(-\frac{14}{3},-8)$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{3}{\sqrt{7}}x$ ;  $y = -\frac{3}{\sqrt{7}}x$

Ecuación eje transverso:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

Ecuación eje conjugado:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Excentricidad:  $e = \frac{4}{3}$

5) Obtener la ecuación de la hipérbola conjugada de  $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{28} = 1$ , sus elementos y bosquejar su gráfica.

$$\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{36} = 1; \quad a = 2\sqrt{7}; \quad b = 6; \quad c = 8$$

$$\frac{b^2}{a} = \frac{18}{\sqrt{7}}; \quad C(0,0); \quad A(2\sqrt{7},0); \quad B(0,6)$$

$$F(8,0); \quad L\left(8, \frac{18}{\sqrt{7}}\right)$$

$$A'(-2\sqrt{7},0); \quad B'(0,-6); \quad F'(-8,0)$$

$$L'\left(-8, \frac{18}{\sqrt{7}}\right), \quad R\left(8, -\frac{18}{\sqrt{7}}\right)$$

$$R'\left(-8, -\frac{18}{\sqrt{7}}\right)$$

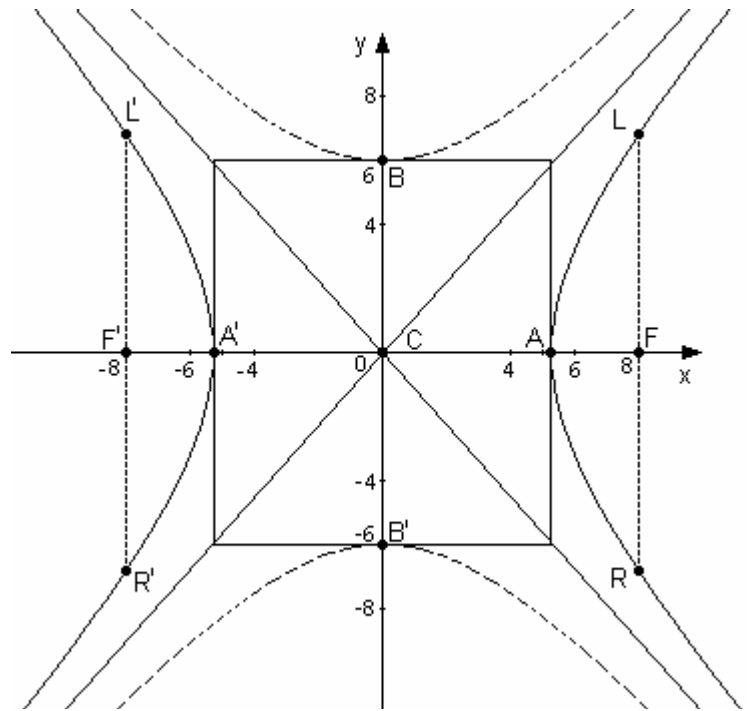
Ecuación asíntotas:

$$y = \frac{3}{\sqrt{7}}x; \quad y = -\frac{3}{\sqrt{7}}x$$

Ecuación eje transverso:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Ecuación eje conjugado:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

$$\text{Excentricidad: } e = \frac{4}{\sqrt{7}}$$



#### 11.4. FORMA ORDINARIA DE LA ECUACIÓN DE LA HIPÉRBOLA CON CENTRO FUERA DEL ORIGEN Y EJE FOCAL PARALELO A ALGUNO DE LOS EJES COORDENADOS

1)  $\frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1$  (hipérbola equilátera);  $a = b = 3$ ;  $c = 3\sqrt{2}$ ;  $\frac{b^2}{a} = 3$

$$C(-3,3); \quad A(-3,6); \quad B(0,3); \quad F(-3,3+3\sqrt{2}); \quad L(0,3+3\sqrt{2})$$

$$A'(-3,0); \quad B'(-6,3); \quad F'(-3,3-3\sqrt{2}); \quad L'(0,3-3\sqrt{2})$$

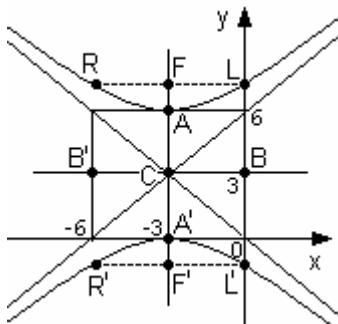
$$R(-6,3+3\sqrt{2}); \quad R'(-6,3-3\sqrt{2})$$

Ecuación asíntotas:  $y = x + 6$ ;  $y = -x$

Ecuación eje transverso:  $x = -3$

Ecuación eje conjugado:  $y = 3$

Excentricidad:  $e = \sqrt{2}$



2)  $\frac{(x-2)^2}{36} - \frac{(y+4)^2}{9} = 1$ ;  $a = 6$ ;  $b = 3$ ;  $c = 3\sqrt{5}$ ;  $\frac{b^2}{a} = \frac{3}{2}$ ;  $C(2,-4)$ ;  $A(8,-4)$ ;  $B(2,-1)$   
 $F(2+3\sqrt{5},-4)$ ;  $L\left(2+3\sqrt{5},-\frac{5}{2}\right)$

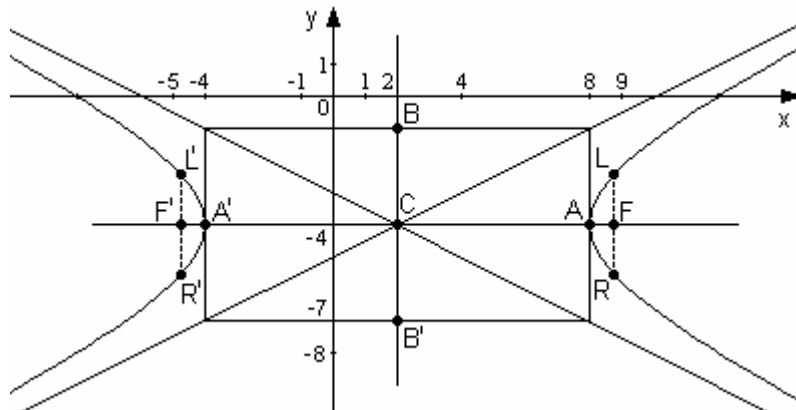
$A'(-4,-4)$ ;  $B'(2,-7)$ ;  $F'(2-3\sqrt{5},-4)$ ;  $L'\left(2-3\sqrt{5},-\frac{5}{2}\right)$ ;  $R\left(2+3\sqrt{5},-\frac{11}{2}\right)$ ;  $R'\left(2-3\sqrt{5},-\frac{11}{2}\right)$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{1}{2}x - 5$ ;  $y = -\frac{1}{2}x - 3$

Ecuación eje transverso:  $y = -4$

Ecuación eje conjugado:  $x = 2$

Excentricidad:  $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$



3)  $\frac{(x-5)^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ ;  $a = 2$ ;  $b = 2\sqrt{3}$ ;  $c = 4$ ;  $\frac{b^2}{a} = 6$ ;  $C(5,0)$ ;  $A(7,0)$ ;  $B(5,2\sqrt{3})$   $F(9,0)$ ;  $L(9,6)$

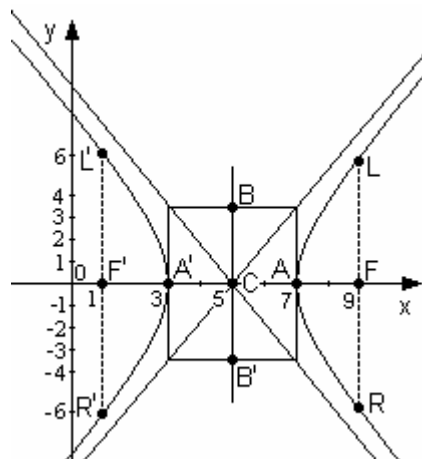
$A'(3,0)$ ;  $B'(5,-2\sqrt{3})$ ;  $F'(1,0)$ ;  $L'(1,6)$ ;  $R(9,-6)$ ;  $R'(1,-6)$

Ecuación asíntotas:  $y = \sqrt{3}x - 5\sqrt{3}$ ;  $y = -\sqrt{3}x + 5\sqrt{3}$

Ecuación eje transverso:  $y = 0$  (eje  $x$ )

Ecuación eje conjugado:  $x = 5$

Excentricidad:  $e = 2$



4) y 5)  $\frac{(y-4)^2}{16} - \frac{(x-3)^2}{9} = 1$ ;  $CB = b = 3$ ;  $L\left(h + \frac{b^2}{a}, k + c\right) = \left(\frac{21}{4}, 9\right)$ ;  $a = 4$ ;  $c = 5$ ;  $\frac{b^2}{a} = \frac{9}{4}$

$C(3,4)$ ;  $A(3,8)$ ;  $B(6,4)$   $F(3,9)$ ;  $L\left(\frac{21}{4}, 9\right)$ ;  $A'(3,0)$

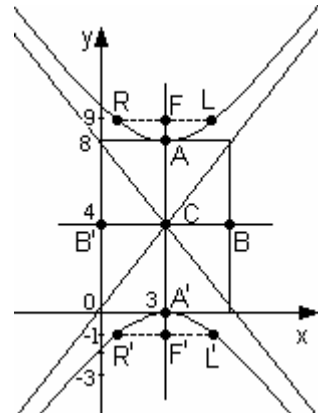
$B'(0,4)$ ;  $F'(3,-1)$ ;  $L'\left(\frac{21}{4}, -1\right)$ ,  $R\left(\frac{3}{4}, 9\right)$ ;  $R'\left(\frac{3}{4}, -1\right)$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{4}{3}x$ ;  $y = -\frac{4}{3}x + 8$

Ecuación eje transverso:  $x = 3$

Ecuación eje conjugado:  $y = 4$

Excentricidad:  $e = \frac{5}{4}$



### 11.5. FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE LA HIPÉRBOLA CON EJES PARALELOS A LOS EJES COORDENADOS

1)  $9y^2 - 16x^2 - 64x + 54y - 127 = 0$

$\frac{(y-3)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1$ ;  $a = 4$ ;  $b = 3$ ;  $c = 5$ ;  $\frac{b^2}{a} = \frac{9}{4}$

$C(-2,3)$ ;  $A(-2,7)$ ;  $B(1,3)$   $F(-2,8)$ ;  $L\left(\frac{1}{4}, 8\right)$

$A'(-2,-1)$ ;  $B'(-5,3)$ ;  $F'(-2,-2)$ ;  $L'\left(\frac{1}{4}, -2\right)$

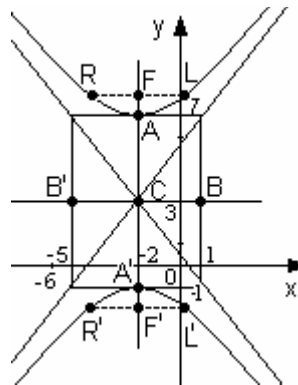
$R\left(-\frac{17}{4}, 8\right)$ ;  $R'\left(-\frac{17}{4}, -2\right)$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{4}{3}x + \frac{17}{3}$ ;  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

Ecuación eje transverso:  $x = -2$

Ecuación eje conjugado:  $y = 3$

Excentricidad:  $e = \frac{5}{4}$



2)  $3x^2 - 3y^2 - 24x + 21 = 0$

$\frac{(x-4)^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$ ;  $a = b = 3$ ;  $c = 3\sqrt{2}$ ;  $\frac{b^2}{a} = 3$ ;  $C(4,0)$ ;  $A(7,0)$ ;  $B(4,3)$   $F(4+3\sqrt{2},0)$ ;  $L(4+3\sqrt{2},3)$

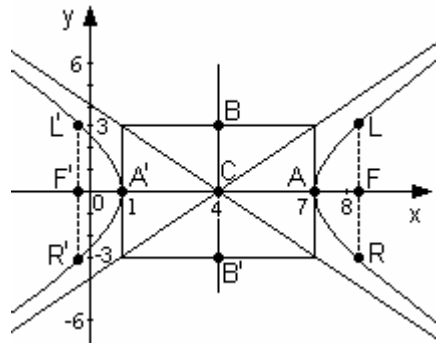
$A'(1,0)$ ;  $B'(4,-3)$ ;  $F'(4-3\sqrt{2},0)$ ;  $L'(4-3\sqrt{2},3)$ ,  $R(4+3\sqrt{2},-3)$ ;  $R'(4-3\sqrt{2},-3)$

Ecuación asíntotas:  $y = x - 4$ ;  $y = -x + 4$

Ecuación eje transverso:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Ecuación eje conjugado:  $x = 4$

Excentricidad:  $e = \sqrt{2}$



3)  $4y^2 - x^2 + 16y + 12 = 0$

$\frac{(y+2)^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1$ ;  $a = 1$ ;  $b = 2$ ;  $c = \sqrt{5}$ ;  $\frac{b^2}{a} = 4$ ;  $C(0,-2)$ ;  $A(0,1)$ ;  $B(2,-2)$   $F(0,-2+\sqrt{5})$ ;

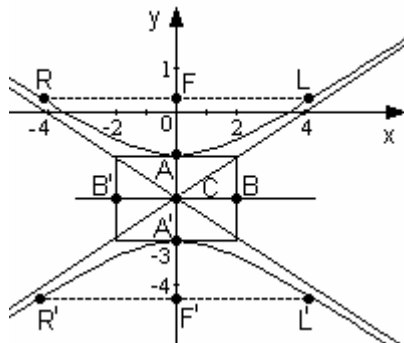
$L(4,-2+\sqrt{5})$ ;  $A'(0,-3)$ ;  $B'(-2,-2)$ ;  $F'(0,-2-\sqrt{5})$ ;  $L'(-4,-2-\sqrt{5})$ ,  $R(-4,-2+\sqrt{5})$ ;  $R'(-4,-2-\sqrt{5})$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{1}{2}x - 2$ ;  $y = -\frac{1}{2}x - 2$

Ecuación eje transverso:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

Ecuación eje conjugado:  $y = -2$

Excentricidad:  $e = \sqrt{5}$



4)  $x^2 - 2y^2 - 8x + 8y = 0$

$$\frac{(x-4)^2}{8} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1; \quad a = 2\sqrt{2}; \quad b = 2; \quad c = 2\sqrt{3}; \quad \frac{b^2}{a} = \sqrt{2}; \quad C(4,2); \quad A(4+2\sqrt{2},2); \quad B(4,4)$$

$$F(4+2\sqrt{3},2); \quad L(4+2\sqrt{3},2+\sqrt{2}); \quad A'(4-2\sqrt{2},2); \quad B'(4,0); \quad F'(4-2\sqrt{3},2); \quad L'(4-2\sqrt{3},2+\sqrt{2}),$$

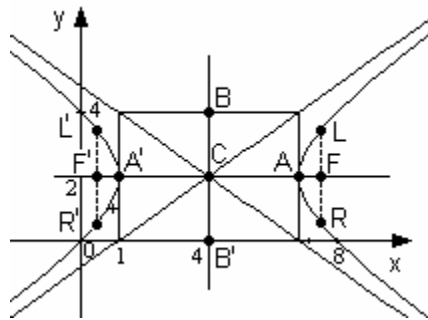
$$R(4+2\sqrt{3},2-\sqrt{2}); \quad R'(4-2\sqrt{3},2-\sqrt{2})$$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 2\sqrt{2} + 2$ ;  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + 2\sqrt{2} + 2$

Ecuación eje transverso:  $y = 2$

Ecuación eje conjugado:  $x = 4$

Excentricidad:  $e = \sqrt{\frac{3}{2}}$



5)  $4y^2 - x^2 - 4 = 0$

$$\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1; \quad a = 1; \quad b = 2; \quad c = \sqrt{5}; \quad \frac{b^2}{a} = 4; \quad C(0,0); \quad A(0,1); \quad B(2,0) \quad F(0,\sqrt{5}); \quad L(4,\sqrt{5}); \quad A'(0,-1);$$

$$B'(-2,0); \quad F'(0,-\sqrt{5}); \quad L'(4,-\sqrt{5}), \quad R(-4,\sqrt{5}); \quad R'(-4,-\sqrt{5})$$

Ecuación asíntotas:  $y = \frac{1}{2}x$ ;  $y = -\frac{1}{2}x$

Ecuación eje transverso:  $x = 0$  (eje  $y$ ).

Ecuación eje conjugado:  $y = 0$  (eje  $x$ ).

Excentricidad:  $e = \sqrt{5}$

